Πχ 1

Έστω $f(x,y,z) = x^2 \cdot e^{-yz}$

Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της f στην κατεύθυνση του μοναδιαίου διανύσματος

$$V = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \text{ στο } (1,0,0)$$

ΛΥΣΗ

Απο γνωστο θεώρημα:

$$\frac{\partial f}{\partial v}(x,y,z) = \nabla f(x,y,z) \cdot V =$$

$$= \left(2xe^{-yz}, -x^2 z \cdot e^{-yz}, -x^2 y e^{-yz}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

συγκεκριμένα στο $(1,0,0)$

$$\frac{\partial f}{\partial v}(1,0,0) = (2,0,0) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Ασκήσεις

1) ΟΜΟΙΑ ΜΕ ΤΟ ΠΑΡΑΠΑΝΩ Π.Χ

[Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της f στην κατεύθυνση του μοναδιαίου διανύσματος] για τις συναρτήσεις και τα αντίστοιχα διανύσματα.

A) $f(x,y) = x + 2xy - 3y^2$, $(x_0, y_0) = (1,2)$

και $V_1 = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

και

B) $f(x,y,z) = z^2 \cdot x + y^3$, $(x_0, y_0, z_0) = (1,1,2)$

και $V_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, 0\right).$